

考虑应力比修正的应力梯度影响指数计算方法

魏大盛^{1,2}, 马梦弟^{1,2}, 王延荣^{1,2}

- (1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191;
2. 先进航空发动机协同创新中心, 北京 100191)

摘 要: 基于考虑应力梯度的寿命预测模型,深入研究了不同应力比对应力梯度影响指数的影响。通过引入新的参数,对模型进行修正,并以典型合金的试验数据为基础,进行寿命预测并考核计算精度。结果表明:修正后的模型能够更合理地考虑局部应力比对应力梯度影响指数的影响,寿命预测结果相比于修正前更接近试验值,对 TC4(200℃)、GH4169(500、650℃)缺口试件的疲劳寿命预测结果多在 2.0 倍分散带以内,部分数据的预测结果可在 1.5 倍分散带以内。

关 键 词: 寿命预测; 缺口疲劳; 应力梯度; 应力比; 参数拟合

中图分类号: V231.95 **文献标志码:** A

Method to determine modified influence exponent of stress gradient considering stress ratio

WEI Dashang^{1,2}, MA Mengdi^{1,2}, WANG Yanrong^{1,2}

- (1. School of Energy and Power Engineering,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;
2. Collaborative Innovation Center for Advanced Aero-Engine, Beijing 100191, China)

Abstract: A new equation for fatigue life prediction considering the stress ratio was established. The expression introduced a new parameter which reflected the effect of stress ratio on the stress gradient exponent based on the previous fatigue life model with stress gradient. Life prediction and precise checking were carried out using exiting test data of typical alloy. The results showed that the local stress ratio had a considerable influence on the stress gradient exponent. The calculation results of the modified model were more close to the experiment results than the previous model. Predictions of notched specimens for TC4 (200℃) and GH4169 (500, 650℃) showed a scatter band within 2.0. Even better, some of the results showed a scatter band within 1.5.

Key words: life prediction; notch fatigue; stress gradient; stress ratio; parameter fitting

工程上的很多构件都存在应力集中部位,如圆孔、圆角、沟槽和其他一些几何发生突变的过渡位置等,由于存在应力集中,这些部位在外部载荷的作用下,通常会出现塑性变形^[1]。在载荷循环

往复的过程中,裂纹往往很容易在这些应力集中部位形成。随着对零部件应力集中区域的应力-应变行为的了解不断加深,人们逐渐认识到应力集中区域的平均应力、应力梯度以及尺寸效应都

收稿日期:2019-03-06

基金项目:国家自然科学基金(51475024)

作者简介:魏大盛(1978—),男,副教授、博士生导师,博士,研究领域为航空发动机结构强度、振动及可靠性。

引用格式:魏大盛,马梦弟,王延荣.考虑应力比修正的应力梯度影响指数计算方法[J].航空动力学报,2019,34(9):1888-1894.
WEI Dashang,MA Mengdi,WANG Yanrong. Method to determine modified influence exponent of stress gradient considering stress ratio[J]. Journal of Aerospace Power,2019,34(9):1888-1894.

将对疲劳寿命产生重要的影响^[2]。

早在 20 世纪 50 年代, Manson^[3] 与 Coffin^[4] 就提出了塑性应变幅和寿命的关系, 直到现在, Manson-Coffin 公式依然是工程设计中低循环疲劳寿命预测的经典模型。在此基础上, 进一步发展而成的总应变寿命方程^[5] 则能同时反映应变为主的低周循环疲劳和应力为主的高周循环疲劳特征。

Manson-Coffin 公式^[3-4] 中的参数可以通过大量的疲劳试验获取, 但是由于材料种类不断增多和疲劳试验本身耗用的时间长、试验费用大的特点, 目前可行的一种方式开展尽可能少的、必要的疲劳试验, 再结合单轴拉伸试验来合理估算这些参数^[6-11]。2014 年, 王延荣等^[12] 提出一种确定总应变寿命方程参数的方法。该方法基于总应变寿命方程中疲劳强度系数与疲劳延性系数的物理意义, 建立了总应变寿命方程参数与单调拉伸强度极限和断面收缩率之间的关系。

石亮等^[13] 在 Walker 平均应力修正模型^[14] 的基础上提出了一种考虑应力梯度效应的模型, 提出了应力梯度影响因子的概念, 将具有应力集中的缺口试件和光滑试样的寿命预测过程联系在一起, 最终针对多种材料都得到了良好的寿命预测结果。

本文在上述研究的基础上, 结合文献^[12] 中总应变寿命方程参数的获取方法, 对文献^[13] 模型中的应力梯度影响因子进行修正, 并结合 TC4 (200 ℃)、高强 GH4169 (500, 650 ℃)、直接时效 GH4169 (650 ℃) 等几种材料的试验数据^[15] 进行拟合分析, 取得了较为理想的预测结果。

1 应力梯度影响指数的修正

1.1 考虑应力梯度影响的总应变方程的平均应力修正模型

结合文献^[12-13] 可以给出考虑应力梯度的疲劳寿命模型, 即

$$\epsilon_a = Y^m \left\{ \frac{\sigma_b}{E(1-\psi)(0.5)^b} \left[2N_f \left(\frac{1-R'}{2} \right)^{\frac{1-\gamma}{b}} \right]^b + \frac{-\ln(1-\psi)}{(0.5)^c} \left[2N_f \left(\frac{1-R'}{2} \right)^{\frac{1-\gamma}{b}} \right]^c \right\} \quad (1)$$

式中 E 为弹性模量, b 为疲劳强度指数, c 为疲劳延性指数, γ 为平均应力修正项, R' 为局部应力比, σ_b 为疲劳极限, ψ 为断面收缩率, N_f 为寿命, m 为应力梯度的影响指数。这些参数除 m 外均可以通过实验数据拟合得到, 而针对不同的材料, 有

$$m = A (2N_f)^B \quad (2)$$

式中 A 、 B 为常数, 可以通过对试验数据进行拟合获得。

1.2 应力梯度影响指数的修正

采用直接时效 GH4169 的试验数据^[15] 进行分析, 其材料属性如表 1 所示, 其中 K' 为循环强度系数, n' 为循环应变硬化指数。

通过对 GH4169 材料的试验数据进行分析, 采用 Neuber 法^[16] 进行缺口构件的局部应力应变计算, 采用 Levenberg-Marquardt 法^[17-18] 进行非线性拟合, 结合式(1)可以得到局部应力比、寿命和应力梯度影响指数, 如表 2 所示。

表 1 直接时效 GH4169 (650 ℃) 材料属性^[15]

Table 1 Material properties of direct aging GH4169 (650 ℃)^[15]

参数	数值
E/MPa	150 500
K'/MPa	1 412
n'	0. 096
σ_b/MPa	1 230
$\psi/\%$	41

表 2 局部应力比、寿命和应力梯度影响指数的计算结果

Table 2 Calculation results of local stress ratio, life and stress gradient exponent

R'	N_f	m
-0. 389	5 000	0. 870 4
-0. 350	10 000	0. 748 8
-0. 233	50 000	0. 610 7
-0. 175	100 000	0. 609 7
-0. 042	500 000	0. 691 2
-0. 617	5 000	1. 289 6
-0. 591	10 000	1. 129 7
-0. 507	50 000	0. 858 4
-0. 458	100 000	0. 794 0
-0. 333	500 000	0. 783 6
-1. 000	5 000	1. 866 7
-1. 000	10 000	1. 680 8
-1. 000	50 000	1. 277 2
-1. 000	100 000	1. 128 4
-1. 000	500 000	0. 880 7

在对数坐标系下, m 和寿命的关系如图 1 所示。从图中可以看出, 应力比将对应力梯度影响指数产生很明显的影 响, 不同应力比下应力梯度影响指数同寿命呈现不同的线性关系, 但式(2)没有反映应力比的这种影响关系, 为表征这种关系, 需要对已有的应力梯度影响指数和寿命循环数的关系式进行修正。

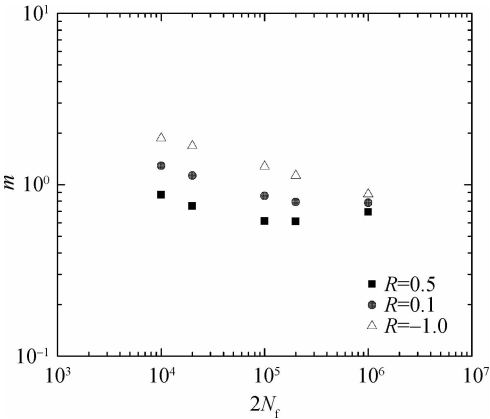


图 1 应力梯度影响指数 m 和寿命的关系
Fig.1 Relationship between m (stress gradient exponent) and life

在对数坐标系下, 应力梯度影响指数和寿命有如下关系:

$$\lg m = \lg A + \lg (2N_f) \tag{3}$$

为了表征图中物理量关系, 需要引入一个新的参数 C 来描述 m 和应力比的关系, 以对称循环为基准, 引入新的调整项 $\left(\frac{1-R'}{2}\right)^C$, 整理合并后可以得到新的应力梯度影响指数修正方程

$$m = A \left[2N_f \left(\frac{1-R'}{2} \right)^C \right]^B \tag{4}$$

进一步可得到寿命修正方程为

$$\epsilon_a = Y^A \left[2N_f \left(\frac{1-R'}{2} \right)^C \right]^B$$
$$\left\{ \frac{\sigma_b}{E(1-\psi)(0.5)^b} \left[2N_f \left(\frac{1-R'}{2} \right)^{\frac{1-\gamma}{b}} \right]^b + \frac{-\ln(1-\psi)}{(0.5)^c} \left[2N_f \left(\frac{1-R'}{2} \right)^{\frac{1-\gamma}{b}} \right]^c \right\}$$

(5)

分别采用修正前和修正后的模型对试验寿命进行预测, 试验结果及预测结果如图 2 和图 3 所示, 可以看出修正后的模型预测精度较修正前高, 数据点大部分都在 2 倍($x/y=2.0$)分散带之内。

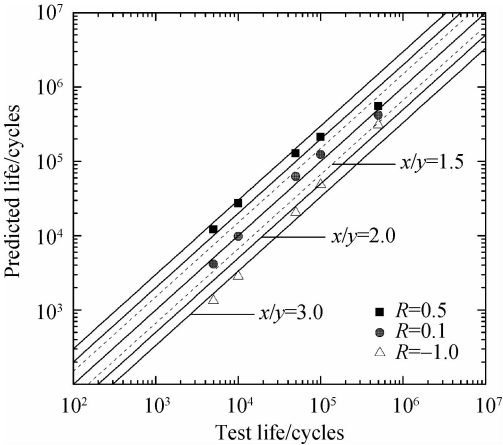


图 2 修正前寿命预测结果
Fig. 2 Prediction results from original life model

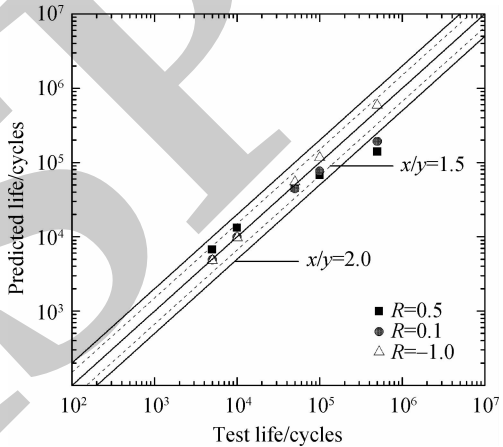


图 3 修正后寿命预测结果
Fig. 3 Prediction results from modified life model

2 模型的验证

为考察所建立模型的正确性及计算精度, 选取高强 GH4169(500℃, 600℃), TC4(200℃) 的疲劳试验数据^[15]进行验证, 模型参数见表 3。

表 3 高强 GH4169(500℃、650℃)和 TC4(200℃)的材料属性^[15]

Table 3 Material Properties of high-strength GH4169 (500℃, 650℃) and TC4 (200℃) ^[15]			
参数	GQ-GH4169 (500℃)	GQ-GH4169 (650℃)	TC4 (200℃)
E/MPa	166 000	155 000	103 500
K'/MPa	1 224	1 195	1 069
n'	0.054	0.086	0.081
σ_b/MPa	1 230	1 130	810
$\psi/\%$	34	39	60

经过计算,分别得出不同材料不同试验温度下局部应力比、寿命和应力梯度影响指数的关系,见表 4~表 6。

表 4 高强 GH4169(500℃)的局部应力比、寿命、应力梯度影响指数计算结果

Table 4 Calculation results of local stress ratio, life and stress gradient exponent of high-strength GH4169 (500℃)

R'	N_f	m
−0.540	5 000	0.159 3
−0.450	10 000	0.121 9
−0.199	50 000	0.156 5
−0.103	100 000	0.164 2
0.074 8	500 000	0.181 9
−0.730	5 000	0.583 0
−0.684	10 000	0.443 1
−0.473	50 000	0.319 0
−0.365	100 000	0.326 3
−0.160	500 000	0.343 5
−1.000	5 000	1.251 5
−1.000	10 000	1.056 6
−1.000	50 000	0.596 9
−1.000	100 000	0.449 5
−1.000	500 000	0.260 8

表 5 高强 GH4169(650℃)的局部应力比、寿命、应力梯度影响指数计算结果

Table 5 Calculation results of local stress ratio, life and stress gradient exponent of high-strength GH4169 (650℃)

R'	N_f	m
−0.438	5 000	0.632 3
−0.410	10 000	0.596 1
−0.332	50 000	0.584 1
−0.294	100 000	0.612 2
−0.205	500 000	0.751 4
−0.655	5 000	1.111 2
−0.640	10 000	1.081 9
−0.594	50 000	1.005 0
−0.568	100 000	0.982 4

续表		
R'	N_f	m
−0.492	500 000	0.968 5
−1.000	5 000	1.699 7
−1.000	10 000	1.388 7
−1.000	50 000	0.873 0
−1.000	100 000	0.744 5
−1.000	500 000	0.658 4

表 6 TC4(200℃)的局部应力比、寿命、应力梯度影响指数计算结果

Table 6 Calculation results of local stress ratio, life and stress gradient exponent of TC4 (200℃)

R'	N_f	m
−0.292	10 000	0.361 8
−0.095	50 000	0.462 2
−0.026	100 000	0.546 1
0.094	500 000	0.796 3
−0.630	5 000	0.918 1
−0.584	10 000	0.784 8
−0.420	50 000	0.670 0
−0.338	100 000	0.706 0
−0.173	500 000	0.869 0
−1.000	5 000	2.087 0
−1.000	10 000	1.754 6
−1.000	50 000	1.109 9
−1.000	100 000	0.930 0
−1.000	500 000	0.725 0

根据表中数据,图 4~图 6 给出了这几种材料的应力梯度影响指数和反向数的关系,其中横坐标是试验寿命,纵坐标是应力梯度影响指数。可以看出,对于这几种材料,应力梯度影响指数和应力比同循环数之间均有类似直接时效 GH4169 合金的规律。

进一步,采用式(1)和修正后的式(5)对上述几种试验数据进行寿命预测,计算结果如图 7~图 12 所示。

从图 7 和图 8 可以看出,高强 GH4169 (500℃)在 $10^4\sim10^5$ 循环数寿命区域,预测结果明显比修正前精确。但在 10^6 高寿命区域,新模型的预测结果变差。

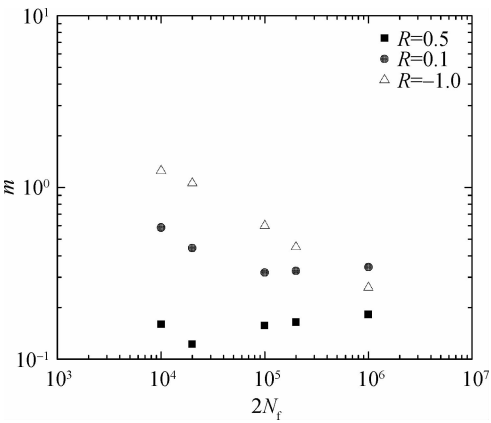


图 4 高强 GH4169(500 °C)的应力梯度影响指数 m 和寿命的关系

Fig. 4 Relationship between m (stress gradient exponent) and life $2N_f$ for high-strength GH4169 (500 °C)

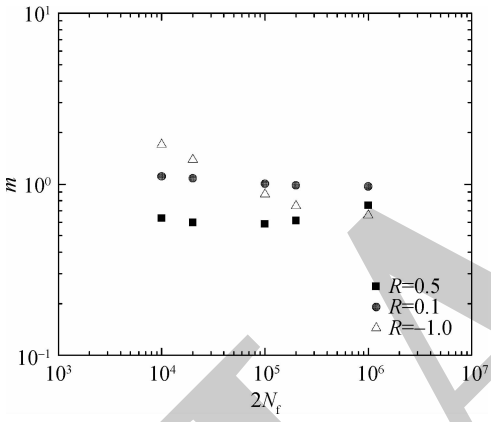


图 5 高强 GH4169(650 °C)的应力梯度影响指数 m 和寿命的关系

Fig. 5 Relationship between m (stress gradient exponent) and life $2N_f$ for high-strength GH4169 (650 °C)

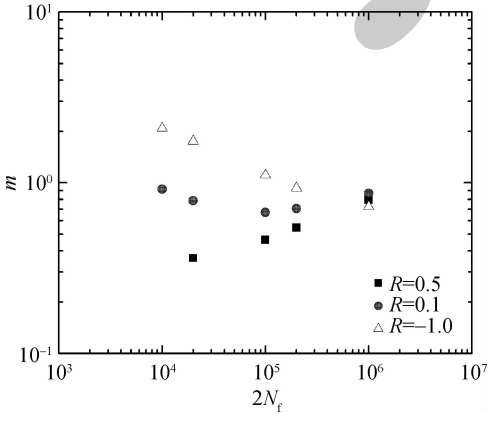


图 6 TC4(200 °C)的应力梯度影响指数 m 和寿命的关系

Fig. 6 Relationship between m (stress gradient exponent) and life $2N_f$ for TC4 (200 °C)

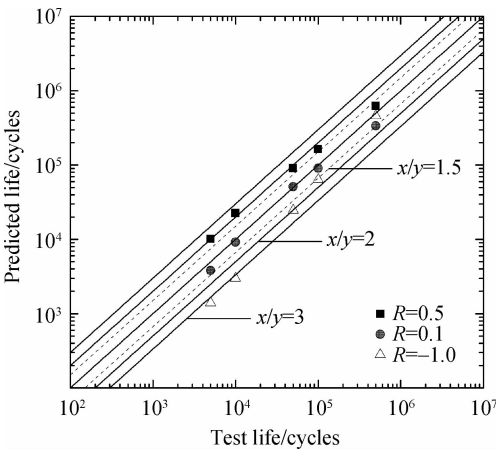


图 7 高强 GH4169(500 °C)修正前寿命预测结果

Fig. 7 Prediction results from original life model of high-strength GH4169 (500 °C)

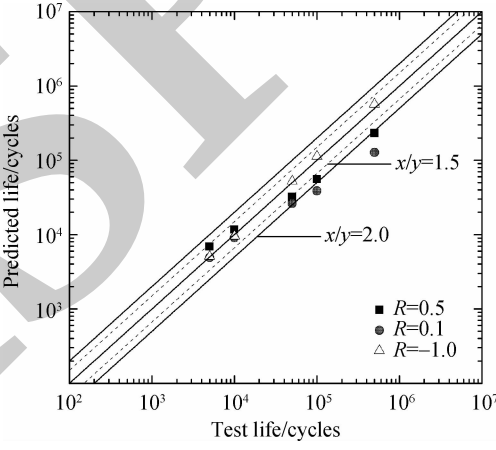


图 8 高强 GH4169(500 °C)修正后寿命预测结果

Fig. 8 Prediction results from modified life model of high-strength GH4169 (500 °C)

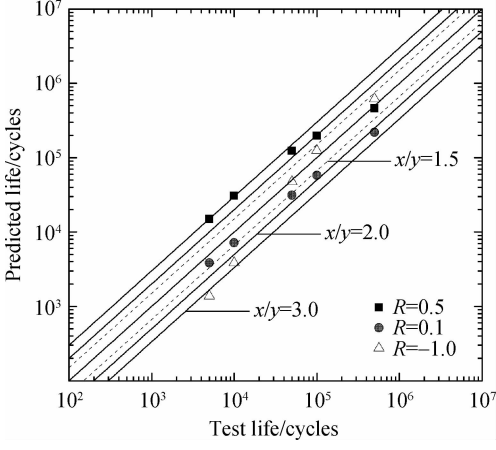


图 9 高强 GH4169(650 °C)修正前寿命预测结果

Fig. 9 Prediction results from original life model of high-strength GH4169 (650 °C)

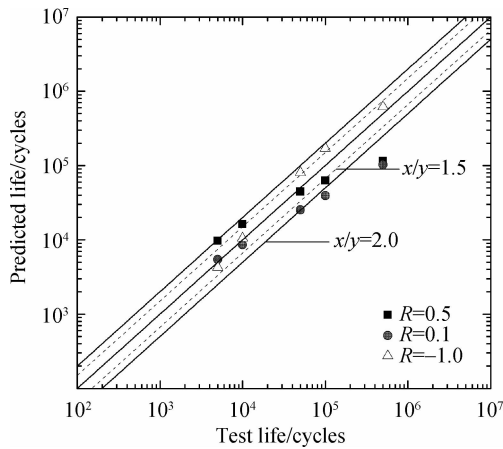


图 10 高强 GH4169(650 °C)修正后寿命预测结果
Fig. 10 Prediction results from modified life model of high-strength GH4169 (650 °C)

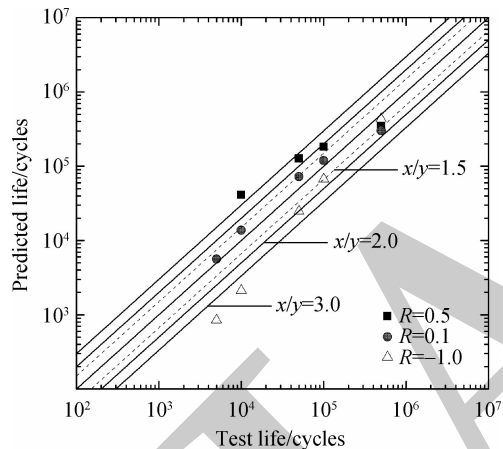


图 11 TC4 (200 °C)修正前寿命预测结果
Fig. 11 Prediction results from original life model of high-strength TC4 (200 °C)

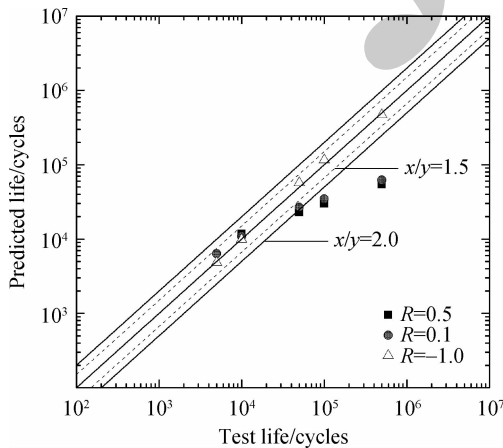


图 12 TC4 (200 °C)修正后寿命预测结果
Fig. 12 Prediction results from modified life model of high-strength TC4 (200 °C)

从图 9 和图 10 对比仍然可以看出,在最常出现的 $10^4 \sim 10^5$ 循环数寿命区域,新模型的预测结果较好,但在高寿命区域,新模型的预测结果开始出现偏差。

从图 11 和图 12 可以得到和高强 GH4169 类似的规律。

综上所述,对图 7~图 12 进行对比分析可以看出:使用修正后的模型对高强 GH4169 (500、600 °C)、TC4 (200 °C)进行寿命预测时,在循环数为 $10^4 \sim 10^5$ 范围内,其寿命分散带一般都在 1.5~2.0 倍以内,比未修正前的精度高;同时,图中也可以看出,在大于 10^5 循环数后,预测的精度开始变差,主要原因是本模型在修正过程中主要考虑了比较直观的分散线性关系(表现在模型修正上为方程的平移项),没有考虑各个分散的线性关系之间不同的斜率对模型的影响,导致在高寿命区域斜率的影响被放大。

3 结 论

通过对直接时效 GH4169 材料试验数据的分析,在原有模型的基础上,结合应力梯度影响指数和应力比的关系,建立了新的修正模型,并依据高强 GH4169 (500 °C)、高强 GH4169 (650 °C)、TC4 (200 °C)三种条件下的材料试验数据进行验证,取得了较好的预测结果:

1) 对于直接时效 GH4169,通过使用本文的修正模型,其疲劳寿命分散分布可以从原来的 3.0 倍分散带,缩小到大部分在 2.0 倍分散带以内。对试验数据点不多的高强 GH4169 和 TC4,通过本文的计算方法,其寿命分散分布依然可以从 3.0 倍左右的分散带缩减到 2.0 倍分散带内。

2) 修正前的方法在求解缺口部位的应力-应变时,只需依据弹性计算结果并结合 Neuber 法^[16]来确定,本文虽然增加了一个参数,但是其计算过程可以使用计算机程序语言实现,保留其便利性的同时提高了预测精度,便于在工程上应用。

3) 修正模型对高寿命区域的预测结果不是很理想,主要是因为本文只考虑了不同应力比对应力梯度影响指数呈现分散的线性关系这一个方面,没有考虑各个线性关系之间斜率的不同对寿命预测的影响。但考虑到目前工程结构常见的低循环疲劳寿命大多分布在 $10^4 \sim 10^6$ 循环数这一数量级范围内,因此新模型的适用范围相对较广。接下来可以考虑斜率这一影响因素,对本文模型

进一步优化,以期达到更好预测效果。

参考文献:

[1] 陈传尧. 疲劳与断裂[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002.

[2] 亚伯·斯海维. 结构与材料的疲劳[M]. 吴学仁, 译. 北京: 航空工业出版社, 2014.

[3] MANSON S S. Behavior of materials under conditions of thermal stress[R]. NACA Report 1170, 1954.

[4] COFFIN L F, Jr. A study of the effect of cyclic thermal stress on a ductile metal[R]. NSA-07-005345, 1953.

[5] MORROW J D. Cyclic plastic strain energy and fatigue of metals[R]. ASTM STP 378, 1965.

[6] DRAPER J. Modern metal fatigue analysis[M]. Sheffield, UK: EMAS Publications, 2008.

[7] MANSON S S. Fatigue; a complex subject-some simple approximations[J]. Experimental Mechanics, 1965, 5(4): 193-226.

[8] MITCHELL M R, SOCIE D F, CAULFIELD E M. Fundamentals of modern fatigue analysis for design[R]. Urbana-Champaign, US: University of Illinois, FCP Report No. 26, 1977.

[9] MURALIDHARAN U, MANSON S S. A modified universal slopes equation for estimation of fatigue characteristics of metals[J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 1988, 110(1): 55-88.

[10] ONG J H. An improved technique for the prediction of axial fatigue life from tensile data[J]. International Journal of Fatigue, 1993, 15(3): 213-219.

[11] 姚卫星. 结构疲劳寿命分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 2003.

[12] 王延荣, 李宏新, 袁善虎, 等. 确定总应变寿命方程参数的一种方法[J]. 航空动力学报, 2014, 29(4): 881-886.

WANG Yanrong, LI Hongxin, YUAN Shanhu, et al. A method for determination of parameters in total strain life equation[J]. Journal of Aerospace Power, 2014, 29(4): 881-886. (in Chinese)

[13] 石亮, 魏大盛, 王延荣. 考虑应力梯度的轮盘疲劳寿命预测[J]. 航空动力学报, 2013, 28(6): 1236-1242.

SHI Liang, WEI Dasheng, WANG Yanrong. Fatigue life prediction of turbine disk based on stress gradient[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(6): 1236-1242. (in Chinese)

[14] WALKER K. The effect of stress ratio during crack propagation and fatigue for 2024-T3 and 7075-T6 aluminum[R]. ASME STP 462, 1970.

[15] 《航空发动机设计用材料数据手册》编委会. 航空发动机设计用材料数据手册: 第3册[M]. 北京: 航空工业出版社, 2008: 363-556.

[16] NEUBER H. Theory of notch stresses; principles for extract calculation of strength with reference to structural form and material[M]. 2nd ed. Berlin: Springer-Verlag, 1958.

[17] MADSEN K, NIELSEN H B, TINGLEFF O. Methods for non-linear least squares problems[M]. 2nd ed. Lyngby, Denmark: Informatics and Mathematical Modelling Technical University of Denmark, 2004.

[18] FRANDSEN P E, JONASSON K, NIELSEN H B, et al. Unconstrained optimization[M]. 3rd ed. Lyngby, Denmark: Informatics and Mathematical Modelling Technical University of Denmark, 2004.

(编辑: 叶 青)